

# DEA TC4 “Astrophysique avec l’ordinateur”

Joachim Köppen      Strasbourg      1999/2000

**Attention:** ce manuscrit est la première version. Il est bien possible qu’il contient des erreurs et typos quel-conque. Merci pour les trouver!

## 1 Aspects astrophysiques

Dans les galaxies, par ex. la Voie Lactée, on a remarqué que les abondances de presque toutes des éléments montrent une variation similaire entre les valeurs basses dans les étoiles très âgées (dans les amas globulaires et du Halo) jusqu’à les valeurs hautes (dans le gaz interstellaire). Les abondances de l’oxygène, du néon, du soufre, du argon, .... montrent toujours les mêmes rapports entre eux, du fer (l’élément mesurable le plus facile dans les étoiles) est un peu différent: son abondance augmente comme ce de l’oxygène dans les étoiles vieilles, mais dans les étoiles plus jeunes il augmente plus forte.

L’origine de cette relation métallicité – âge est le “cycle de la vie” des étoiles dans une galaxie: les étoiles se forment à partir du gaz qui au début contient seulement l’hydrogène et du hélium (du Big Bang). Dans ses intérieurs les étoiles font des processus de fusion nucléaire, qui produisent l’énergie mais aussi des éléments lourds:  $H \rightarrow He \rightarrow C \rightarrow N, O \rightarrow Ne \rightarrow \dots \rightarrow Fe$ . Quand les ressources nucléaires sont usées complètement, les étoiles finissent leurs vies violemment (étoiles plus massives que  $10 M_{\odot}$  explosent comme une supernova, les étoiles entre 1 et  $8 M_{\odot}$  expulsent une nébuleuse planétaire). De plus, beaucoup des étoiles perdent de la masse en forme d’un vent stellaire. En tout cas, les produits de la fusion nucléaire sont éjectés dans le milieu interstellaire, ou ils sont mélangés avec le gaz existant. En conséquence, la métallicité du gaz augmente.

La prochaine génération des étoiles sont nées du gaz plus enrichies avec les éléments lourds, etc. etc.

La théorie de la structure et de l’évolution des étoiles, qui utilise les taux des réactions nucléaires mesurés, est maintenant capable de prédire combien de chaque isotope de chaque élément chimique une étoile d’une masse donnée est capable de synthétiser. C’est pour ça qu’on peut modéliser l’évolution chimique d’une galaxie avec une certaine confiance, mais il existe des mystères et problèmes, bien sûr.

Dans notre exercice, on va construire un modèle de l’évolution chimique – juste en peu simplifié – et comparer avec les résultats observés de la histoire chimique de notre Voie Lactée.

## 2 Description du modèle

### 2.1 Formation des étoiles: le SFR et l'IMF

On doit constater que notre connaissance de la formation des étoiles reste toujours très mauvaise. C'est pour ça qu'on utilise une description simple: On modélise la conversion du masse gaz  $\rightarrow$  étoiles comme un processus continu (on peut négliger que les étoiles sont des corps individuels, si on regarde une volume suffisamment grande)

- le taux  $\Psi$  de la conversion du masse du gaz à la masse des étoiles (Star Formation Rate, unité: masse/temps,  $\Psi(t)dt =$  masse en étoiles formés en  $dt$ ) doit être décrit par un fonction simple qui augment avec la densité du gaz (parce-qu'on a remarqué qu'il sont les nuages denses et froids qui sont liés avec les étoiles jeunes, les proto-étoiles, ...). Comme tout le monde, prenons une loi de puissance:

$$\Psi = C \cdot g^n$$

ou le facteur  $C$  et l'exposant  $n > 0$  sont des constantes.

- a chaque conversion de la matière, on suppose que les masses de les étoiles formés sont distribués avec un certain fonction, l'IMF (Initial Mass Function, la fonction du masse initiale des étoiles):  $\Phi(m)dm$  soit la masse en forme des étoiles avec des masses entre  $m$  et  $m + dm$ . On demande que cet spectrum du masse est normalisé:

$$\int_{m_a}^{m_b} \Phi(m)dm = 1$$

avec les limits du masse stellaire  $m_a = 0.05...0.1M_\odot$  et  $m_b = 40...100M_\odot$ . Ces valeurs ne sont pas précisément connus et ils dependent un peu de la gout personnelle. Souvent on prend une fonction du puissance:

$$\Phi(m) \propto m^x$$

dont le valeur  $x = -1.35$  signifie l'"IMF du Salpeter" qui en 1955 fait la première détermination de l'IMF par comptage des étoiles de la voisinage solaire. Aujourd'hui on sais bien que cet loi est une trop forte simplification.

### 2.2 L'équation du gaz

Regardons une volume qui contient du gaz, dont la masse soit  $g$ . Cet masse change à partir de la formation des étoiles, le l'éjection de la matière par les NP et SN, de l'accrétion du gaz de l'extérieur ou de la voisinage, et de la perte du gaz

$$\dot{g} = -\Psi(t) + E_{\text{gas}}(t) + A(t) - W(t) \quad (1)$$

Les taux  $A$  et  $W$  soient quelques fonctions que nous supposons donnés par la théorie ou libre (pour mieux fitter les observations), en tout cas on pretend qu'ils sont connus. Le taux des éjections stellaires est l'intégrale sur tout le spectre du masse stellaire:

$$E_{\text{gas}}(t) = \int_{m_{\text{TO}}}^{m_b} \Phi(m)R(m)\Psi(t - \tau(m))dm \quad (2)$$

La limite inférieure  $m_{\text{TO}}$  est la masse du “Turn-off”, qui est la masse la plus grande des étoiles qui étaient formés dans la première génération mais sont toujours existant. Si la relation entre temps du vie d’une étoile et sa masse est donné comme

$$\tau = \tau(m)$$

on obtient

$$\tau(m_{\text{TO}}) = t$$

Le facteur  $\Psi(t - \tau(m))$  prend compte que les étoiles qui fournissent du masse en temps  $t$  étaient formés en temps  $t - \tau(m)$ . Le facteur  $R(m)$  est cette fraction d’une étoile de masse  $m$  qui est éjectée. Ces données sont fournies par les résultats de l’évolution stellaire (voir Sect. 5).

L’équation pour la masse en forme des étoiles avec une masse  $m_1 \geq m \geq m_2$  est

$$\frac{ds(M_1, m_2, t)}{dt} = \Psi(t) \cdot \int_{m_a}^{m_b} \Phi(m) dm - \int_{m_{\text{TO}}}^{m_b} \Phi(m)(1 - R(m))\Psi(t - \tau(m)) dm \quad (3)$$

Le terme dernière est le taux de morts des étoiles et il nous donne l’équation pour la masse en forme des remnants stellaires (naines blanches, étoiles à neutron, trous noirs)

$$\dot{r} = \int_{m_{\text{TO}}}^{m_b} \Phi(m)(1 - R(m))\Psi(t - \tau(m)) dm \quad (4)$$

Enfin, l’équation pour la masse en forme des étoiles peu massifs qui vivent longtemps ( $m < m_{\text{TO}}$ ) comme les naines brunes et des naines G, K, et M) est

$$\dot{s} = \Psi(t) \cdot \int_{m_a}^{m_{\text{TO}}} \Phi(m) dm \quad (5)$$

### 2.3 L’équation du métallicité du gaz

Regardons un certain élément chimique, dont l’abondance soit  $Z$ . La masse du gaz en forme de cet élément change à partir de la formation des étoiles, le l’éjection du masse par les NP et SN, de l’accrétion du gaz de l’extérieur ou de la voisinage, et de la perte du gaz

$$\frac{d(gZ)}{dt} = -Z \cdot \Psi(t) + E_Z(t) + Z_A \cdot A(t) - Z \cdot W(t) \quad (6)$$

ou  $Z_A$  soit la métallicité de gaz qui est accreté – supposons qu’elle est donnée. L’intégral de la masse éjecté maintenant a deux parties: une portion vient du gaz interstellaire quand l’étoile est formé et qui n’était pas transformé par les fusions, la deuxième est la portion ‘fraichement’ synthétisé par c’étoile

$$E_Z(t) = \int_{m_{\text{TO}}}^{m_b} \Phi(m)(Z(t - \tau(m)) \cdot R(m) + p(Z(t - \tau(m)), m))\Psi(t - \tau(m)) dm \quad (7)$$

Nous avons suppose que la portion pas transformé est calculé par  $Z(t - \tau(m)) \cdot R(m)$ .  $p(Z(t - \tau(m)), m)$  est la portion synthétisé et donné par les calculations de l’évolution stellaire (voir Sect. 5.3)

## 3 Modèles simples pour la verification

### 3.1 Le Modèle Simple

Pour tester le code dans le développement initial, pour comprendre mieux la comportement du système, et surtout pour obtenir une interprétation initiale des données observées, un cas simple est très utile: Supposons que

- le volume soit fermé (boite fermé):  $A(t) = W(t) = 0$  toujours
- au debut, on a 100 pourcent du gaz sans metaux:  $g(0) = g_0$ ,  $s(0) = r(0) = 0$  et  $Z(0) = 0$
- le gaz éjecté et les metaux sont produit seulement par les étoiles massifs dont les temps de vie on peut bien négliger en comparaison de la temps de l'évolution galactique: dans les Eqns. 2 et 7 on neglige la différence entre le temps actuel  $t$  et la temps de la naissance  $t - \tau(m)$  C'est pour ça que les intégrales peuvent etre reduits: on a le SFR multiplié par une intégrale de l'IMF:  $E_{\text{gas}}(t) = \Psi(t) \cdot (1 - \alpha)$  et  $E_Z(t) = \Psi(t) \cdot ((1 - \alpha)Z + \alpha y)$ .
- les deux quantités  $\alpha$  et  $y$  soient constants

Il y a les deux intégrals importants:

$$\alpha := \int_{m_a}^{m_b} \Phi(m)(1 - R(m))dm \quad (8)$$

est appelé **locked-up mass fraction** et dit quel fraction de la matière d'une génération des étoiles est 'fermé' en remnants stellaires et ne participerat plus à la cyclage du gaz. Le **yield**

$$y := \frac{1}{\alpha} \int_{m_a}^{m_b} \Phi(m)p(Z, m)dm \quad (9)$$

decrit la production des metaux par une seule génération des étoiles de la métallicité  $Z$ .

Avec ces simplifications on peut facilement resoudre analytiquement les équations de la système:

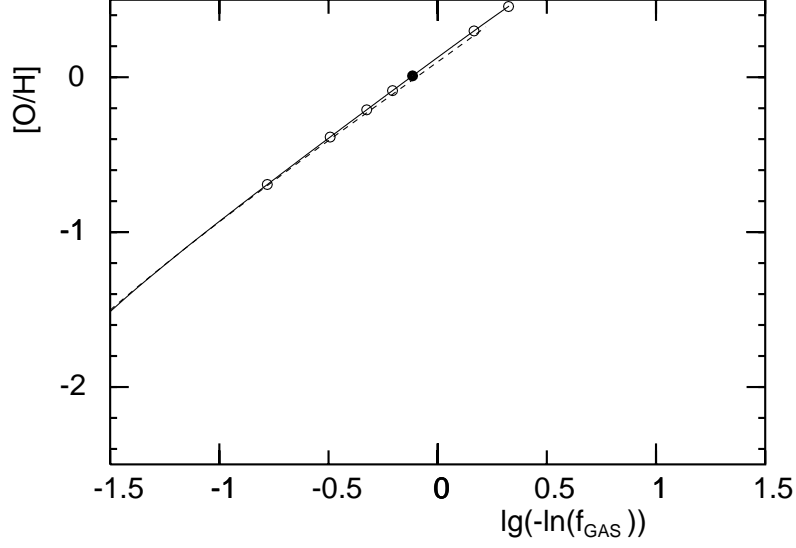
$$\dot{g} = -\alpha\Psi \quad (10)$$

et  $d(gZ)/dt = \alpha\Psi(y - Z)$  qui donne

$$g\dot{Z} = \alpha y\Psi \quad (11)$$

On note que  $\dot{s} = \alpha\Psi$  qui nous donne

$$g\frac{dZ}{ds} = y \quad (12)$$



**Figure 1:** Relation abondance d'oxygène et fraction du gaz. Le courbe à ligne continue est un modèle avec  $\Psi = 0.2g^1$  et un IMF de Salpeter entre  $0.08$  et  $60 M_{\odot}$ . La ligne discontinue est un modèle dont tout le gaz arrive par l'accrétion ( $A(t) \propto \exp(-t/3\text{Gyrs})$ ). Les cercles indiquent les temps 1, 2, 3, 4, 5 (noir), 10, et 15 Gyr

Avec la définition de la fraction  $f$  du gaz:  $f := g/(g + s)$  on obtient

$$g \frac{df}{ds} = -f \quad (13)$$

Et enfin, la solution

$$Z = -y \ln(f) \quad (14)$$

On voit que la métallicité  $Z$  est proportionnelle du yield  $y$  et depend seulement de la fraction actuel du gaz – n'importe comme ce valeur est produit, c.-à-d. si la formation des étoiles etait vite ou lente ou en forme des sursauts! La métallicité du gaz d'aujourd'hui est independant de la histoire de formation des étoiles!

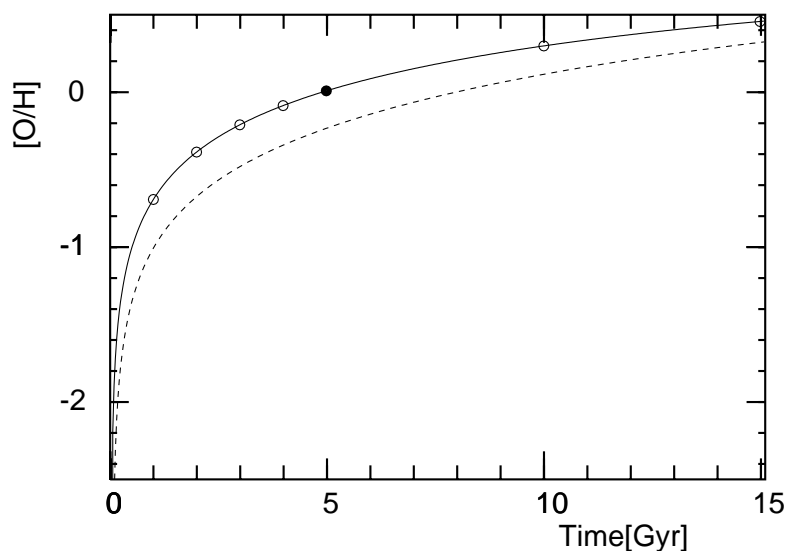
Mais pas la rélation âge – métallicité  $Z(t)$ ! Il faut de specifier une loi de SFR, disons  $\Psi = Cg^n$ , et de resoudre (analytiquement!)

$$\dot{g} = -\alpha\Psi(g) \quad (15)$$

et après

$$g\dot{Z} = \alpha y\Psi(g) \quad (16)$$

Il est possible!



**Figure 2:** L'abondance d'oxygène en fonction du temps.

### 3.2 Autres modèles simples

De plus, on peut résoudre les équations pour certains cas de l'accrétion et vents galactiques: Supposons que les taux  $A(t)$  et/ou  $W(t)$  sont des multiples constants du SFR: Avec

$$A(t) = a \cdot \Psi$$

on obtient une solution stationnaire si  $a > 1$ :  $f = 1 - 1/a$  et  $Z = y/a \dots$  voir Köppen et Edmunds (1999) Le papier est disponible à

<http://astro.u-strasbg.fr/~koppen/JKPaper.html>

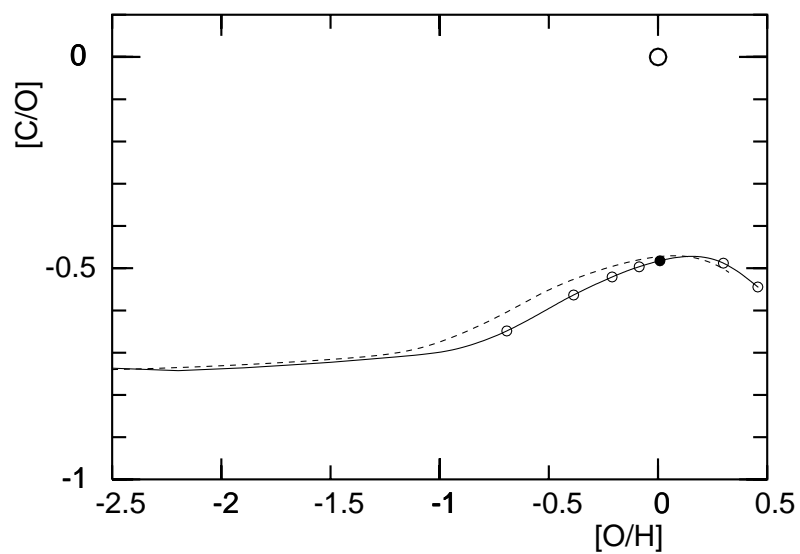
**Exercice:** Qu'est-ce qu'il passe s'on suppose que

$$W(t) = w \cdot \Psi$$

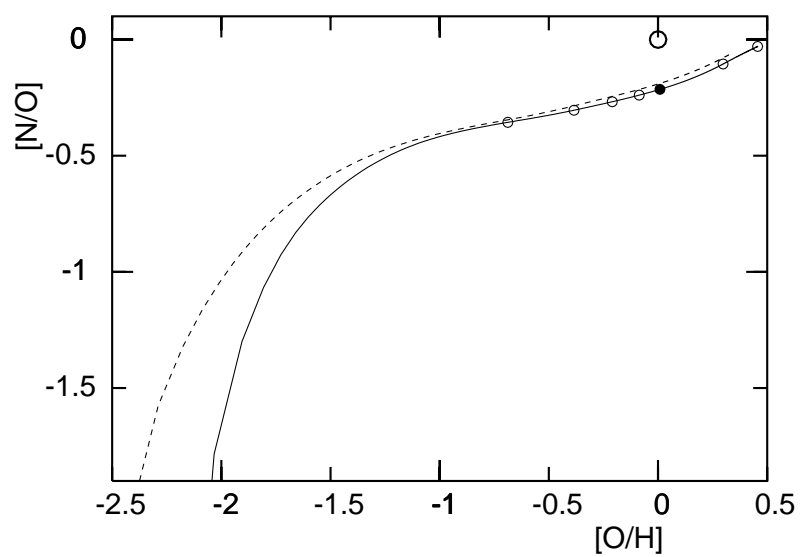
avec une constante  $w$ ?

### 3.3 Éléments secondaires

L'oxygène est un bon exemple pour un élément produit seulement par les étoiles massifs et avec un yield qui est indépendant de la métallicité des étoiles. Dans ce cas, le Modèle Simple est un bon modèle.



**Figure 3:** Le rapport des abondances C/O en fonction de l'abondance d'oxygène. Le Cercle indique le soleil



**Figure 4:** Le rapport des abondances N/O en fonction de l'abondance d'oxygène. Le Cercle indique le soleil

Mais l'azote est différent: il est synthétisé dans le cycle CNO à partir du  $^{12}\text{C}$  pré-existant. On peut constater que le yield de l'azote est proportionnel de l'abondance du carbone, approximativement de l'abondance de l'oxygène  $Z_O \propto Z$ :  $y_N = \tilde{y} \cdot Z_O$ . Avec cette hypothèse on peut résoudre les équations du Modèle Simple également analytiquement, et on obtient:  $Z_N/Z_O = \tilde{y}Z_O/(2y_O)$ .

**Exercice:** Montrez que avec  $y_X = y_1 + y_2 \cdot Z^c$  ( $c = \text{cste}$ ) on obtient  $Z_X/Z = y_1/y_Z + y_2Z/((c+1)y_Z)$ .

## 4 Le programme

Il s'agit de trouver la solution d'un système des équations différentiels ordinaires: Je vous recommande la simple méthode d'Euler avec un pas de temps fixé, suffisamment petit (par essai): Pour intégrer l'équation  $dy/dx = f(x, y)$  on calcule la nouvelle valeur  $y_{n+1}$  au point  $x_{n+1} = x_n + \Delta x$

$$y_{n+1} = y_n + \Delta x \cdot f(x_n, y_n)$$

L'intégration de l'éjection du gaz stellaire peut être calculée avec la simple méthode de trapèze avec une grille des masses stellaires fixée, suffisamment fine

Enfin, on a besoin d'interpoler les données stellaires de les tableaux à la grille de masse utilisée pour les intégrations. Une interpolation linéaire entre deux points voisins est recommandée.

Mais bien sûr, vous êtes vivement invités à essayer des méthodes plus précises et plus efficaces: intégration saute-mouton ou Runge-Kutta, intégration avec un pas de temps adaptatif, intégration de Simpson ou Gauss, interpolation spline, ....

### 4.1 Les abondances

Une petite remarque sur les définitions diverses des abondances: dans l'astronomie on donne les abondances

- par rapport de ses nombres des atomes (utilisé par les observateurs)
  - $\text{O}/\text{H} = N_{\text{oxygene}}/N_{\text{hydrogen}}$ , souvent exprimé en  $A(\text{O}) = \lg(\text{O}/\text{H}) + 12$ , c.a.d. dans une échelle où  $A(\text{H}) = 12.00$
  - les 'brackets' en  $[\text{Fe}/\text{H}]$  veut dire: relatif à la valeur du soleil:  $[\text{Fe}/\text{H}] = A(\text{Fe}) - A_{\odot}(\text{Fe})$
- par rapport de sa masse (utilisé par les théoriciens de l'évolution stellaire):  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  indiquent la masse en forme de l'hydrogène, de l'hélium et des métaux (= somme de tous les éléments plus lourds que l'hélium). Souvent, on utilise par ex.  $Z(^{12}\text{C})$  pour une abondance individuelle



Dans notre code galactique il est très naturel d'utiliser la notation  $X$ ,  $Y$  et  $Z$ , mais pour la comparaison, il est nécessaire de faire la conversion à les  $A$ . Une méthode facile est d'utiliser un scaling avec le soleil:  $A(x) = A_{\odot}(x) + \lg(Z(x)/Z_{\odot}(x))$

Le tableau donne la composition solaire en deux possibilités

élément	par no.	par masse
H	12.00	0.706
He	11.00	0.275
C	8.76	0.00303
N	8.10	0.00111
O	8.91	0.00959
Fe	7.45	0.00117
Z	–	0.02

## 5 Les recettes stellaires

### 5.1 Duré de la vie

La relation entre temps du vie d'une étoile et sa masse j'ai fitté grâce des résultats des calculations évolutifs de Maeder et Meynet (1989) A+A 210, 155: Pour  $m \leq 5M_{\odot}$  on a  $\tau = 0.011 + 10.3/m^{2.98}$  et autrefois  $\tau = 0.0027 + 1.640/m^{1.78}$ , avec  $m$  en  $M_{\odot}$  et  $\tau$  en  $10^9$  années (Gyrs).

### 5.2 Masse du remnants

On prend cet recette:

- étoiles avec une masse au-dessous de  $0.7 M_{\odot}$  vivent très long. On suppose qu'ils n'éjecte jamais du gaz:  $R(m) = 0.0$
- entre  $0.7$  et  $8 M_{\odot}$  les étoiles finissent par éjection d'une nébuleuse planétaire. Le reste devient un naine blanche: prenons les données de van den Hoek et Groenewegen (1997) pour la masse (en  $M_{\odot}$ ) du 'remnant' ( $\eta_{AGB} = 4$  et  $Z = 0.02$ )

$m$	$m_{\text{remnant}}$
0.9	0.57
1.1	0.58
1.3	0.59
1.5	0.59
1.7	0.59
2.0	0.60
2.5	0.60
3.0	0.62
4.0	0.79
5.0	0.92
7.0	1.07
8.0	1.15

- masse au-dessus de  $10 M_{\odot}$  les étoiles finissent par explosion d'une supernova (Type II). Nous supposons que en tout cas, le reste stellaire va être un trou noir, avec la masse limite de Chandrasekhar:  $m_{\text{remnant}} = 1.4M_{\odot}$

### 5.3 Masse des métaux éjectés

Pour les étoiles massifs, nous prenons les données de Woosley et Weaver (1986) de les masses éjectés (en  $M_{\odot}$ ) en forme des éléments différents (**attention**: il s'agit de la somme de produits frais et de la fraction pas affecté par fusion)

$m$	$^{12}\text{C}$	$^{16}\text{O}$	$^{56}\text{Fe}$
10	0.04	0.1	0.0
12	0.07	0.46	0.1
15	0.13	0.50	0.1
20	0.21	1.6	0.5
25	0.26	3.1	0.5
35	0.30	6.4	0.5
50	0.31	12	0.5
75	0.55	21	0.5
100	0.78	30	0.5

Pour l'azote, j'ai conçu une recette très simple: On suppose que toutes les étoiles au-dessous de  $10 M_{\odot}$  produisent  $p(m) = M_{N,\text{fraiche}}/m = 0.0025 \cdot (Z/0.02)$  indépendant de la masse  $m$ , mais proportionnel du  $Z$ , en conséquence de la cycle CNO (vois Sect. 3.3). Dans la figure j'ai pris une recette plus précise.

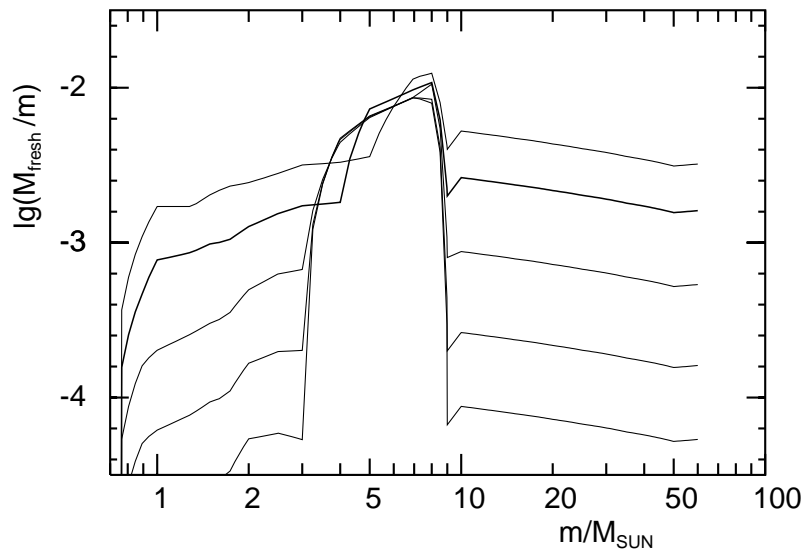
Pour les étoiles peu massifs, prenons les données de van den Hoek et Groenewegen (1997): A+AS, 123, 305 pour  $\eta_{\text{AGB}} = 4$ . **Attention**: il s'agit de les yields net!). **Attention**: la production de l'azote dépend de la métallicité. C'est pour ça qu'on a besoin de interpoler les données en métallicité aussi! Cherchez les données dans la littérature!

Ces résultats sont utilisés dans les figures. Il n'y a pas de la production du fer dans ces étoiles.

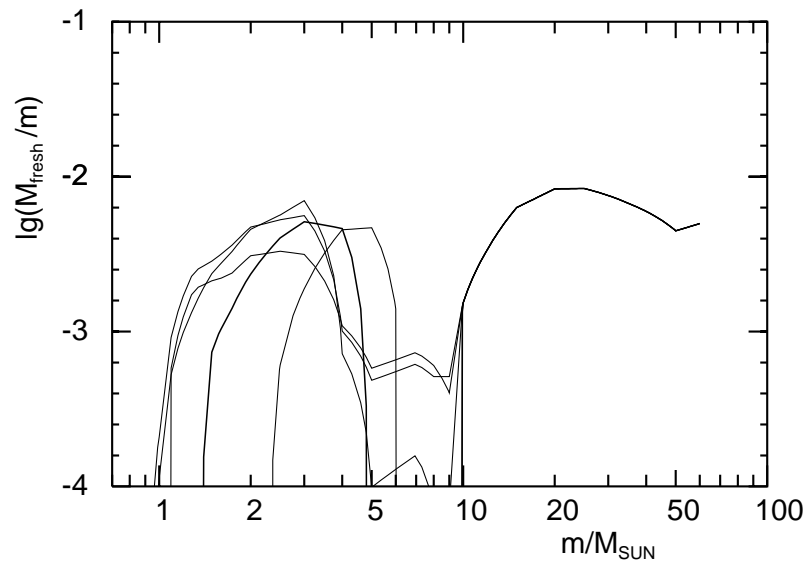
Mais s'on veut une recette très simple, voilà un fit de ces données:

- toutes les étoiles  $0.7 \geq m \geq 8M_{\odot}$  produisent l'azote secondaire avec  $p(m) = 0.13 \cdot m \cdot Z(^{12}\text{C})$
- dans les masses  $4 \geq m \geq 8M_{\odot}$  on a une composante de la production primaire (c.à.d independant du  $Z$ ):

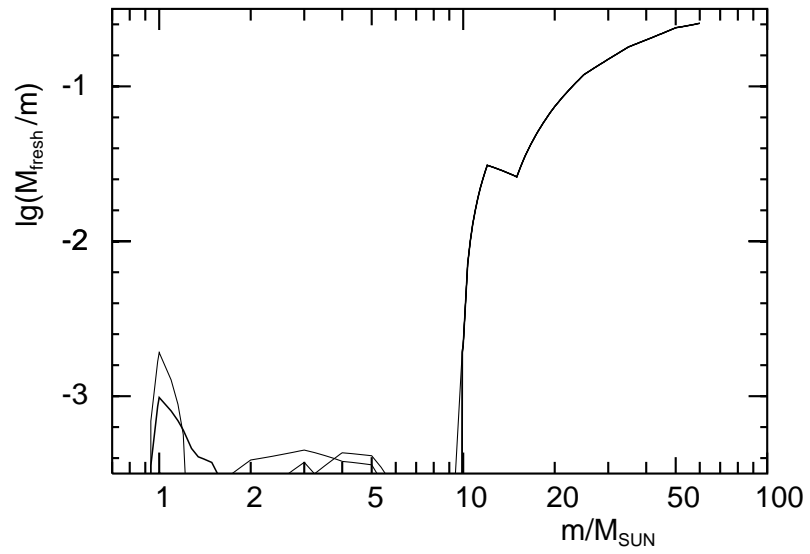
$m$	$p_p(^{14}\text{N})$
4	0.0019
5	0.0038
7	0.0064
8	0.0068



**Figure 5:** Yields stellaires de l'azote: les traces correspondent des métallicités différents: de haute  $Z = 0.04$ ,  $0.02$  (trace épais),  $0.0067$ ,  $0.002$ , et  $0.00067$



**Figure 6:** Yields stellaires du carbone



**Figure 7:** Yields stellaires de l'oxygène

## 6 Solutions, problèmes et tâches

### 6.1 Relation $Z - f$

La relation entre la métallicité  $Z$  et la fraction de gaz  $f$  est strictement indépendante du SFR dans le Modèle Simple. Est-il encore vraie quand on a supposé l'accrétion du gaz ou vents galactiques?

Avec la relation du Modèle Simple on a défini le **yield effectif**:

$$y_{\text{eff}} = -\frac{Z}{\ln(f)}$$

Dans quel sens il change quand on suppose l'accrétion du gaz ou des vents galactiques?

Dans le voisinage solaire on a une fraction du gaz actuel de 10 ... 25 pourcent, et une métallicité de gaz de +0.1 dex plus haute du soleil. Quels modèles (Simple, sans et avec accrétion et/ou vents galactiques) sont d'accord avec les observations?

Comparons les trois galaxies: le Voie Lactée, la Grande et la Petite Nuage de Magellan. Est-ce qu'on peut construire un seul modèle cohérent qui est d'accord avec toutes les données? Quelles quantité(s) sont différentes dans les trois galaxies (âge, SFR-constante, SFR-exposant, yield de l'oxygène, l'IMF ...)?

galaxie	$f$	[O/H]
MWG	0.1 ... 0.25	+0.1
LMC	0.12	-0.15
SMC	0.42	-0.6

### 6.2 Relation âge–métallicité de la voisinage solaire

■ amr from twarog or edvardsen sensitivity avec SFR

### 6.3 Le problème des naines G

Regardons les étoiles moins massives que la masse du turn-off (C'est quelle masse pour notre Galaxie avec un âge de 15 Gyrs?): aucune étoile de ce type est déjà morte, c'est pour ça que ce groupe d'étoiles (naines de type spectral G, K, M) contient toutes les âges (dit: métalliques). Calculons pour le Modèle Simple la fonction de distribution de la métallicité stellaire: La masse en forme d'étoiles avec une certaine métallicité est

$$\frac{ds}{dZ} = \frac{ds/dt}{dZ/dt} = \frac{\alpha\Psi}{\alpha y\Psi/g} = \frac{g}{y}$$

Parce-qu'on veut avoir cet histogramme en fonction de  $Z$ , il faut l'exprimer  $g$  en fonction de  $Z$ . On doit intégrer

$$\frac{dg}{dZ} = \frac{dg/dt}{dZ/dt} = \frac{-\alpha\Psi}{\alpha y\Psi/g} = -\frac{g}{y}$$

ou

$$\frac{d \ln(g)}{dZ} = -\frac{1}{y}$$

Avec les conditions initiales  $g(0) = g_0$  et  $Z(0) = 0$  on obtient:

$$g(Z) = g_0 \exp\left(-\frac{Z}{y}\right)$$

et la histogramme de la métallicité stellaire:

$$\frac{ds}{dZ} = g_0 \exp\left(-\frac{Z}{y}\right)/y$$

ou dans une forme plus adapté pour les observations

$$\frac{ds}{d \lg Z} \propto \frac{Z}{y} \exp\left(-\frac{Z}{y}\right)$$

On voit que la forme de cet histogramme est **indépendant** du SFR, c.à.d. la histoire de la formation stellaire.

Comment de calculer la histogramme numériquement: Une fois on a resolut l'équation 1, on connait le SFR en fonction du temps, et grâce de cet fonction on peut calculer la masse en forme des étoiles de masse entre  $m_1$  et  $m_2$  pour n'importe quel temps  $t$ :

$$s(m_1, m_2, t) = \int_{m_1}^{m_2} \Phi(m) \int_{t-\tau(m)}^t \Psi(t') dt' dm \quad (17)$$

Pour la histogramme de naines G il suffit de calculer

$$s_G(m_1, m_2, t) = \int_{m_1}^{m_2} \Phi(m) dm \cdot \int_0^t \Psi(t') dt' \quad (18)$$

On calcule pour chaque pas de temps  $t_1 < t < t_t + \Delta t$  la masse des étoiles formés dans cet pas qui correspondet à une interval de la métallicité  $Z = Z_1 \dots Z_2$

$$\Delta s_G = c \cdot \Psi(t_1) \Delta t \quad (19)$$

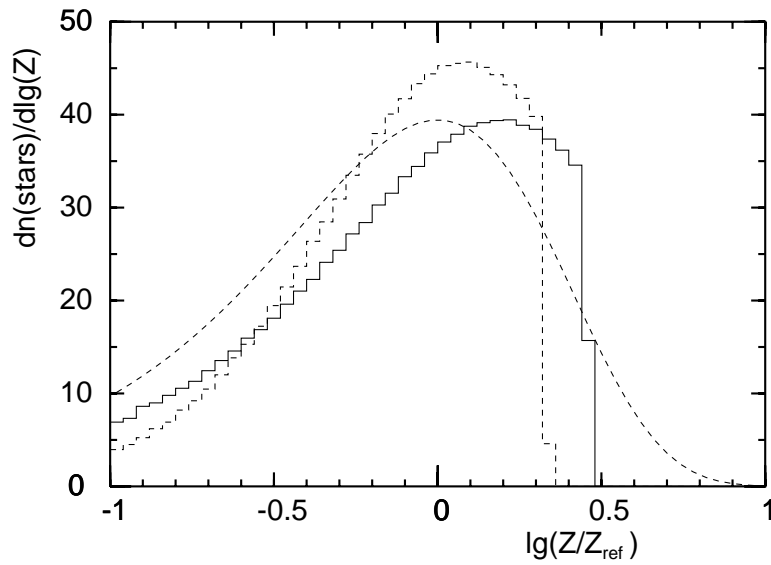
avec  $c = \int_{m_1}^{m_2} \Phi(m) dm$ . Cet masse doit etre distribué également dans l'interval de la métallicité  $Z = Z_1 \dots Z_2$ : s'on a des bins  $\Delta Z$  on ajoute a chaque bin de cet interval une contribution  $\Delta s_G / \Delta Z$ .

On obtient une meilleure résolution de la distribution s'on divise l'interval de temps avec une petite sous-grille (disons 10 points), fait une interpolation lineaire en  $\Psi$  et  $Z$  et distribue les contributions de toute les sous-intervals à la histogramme.

Les donnés observées sont d'une comptage des étoiles (Pagel, 1989): pour chaque bin en métallicité (donné est le valeur centrale en  $[\text{Fe}/\text{H}]$ ) on a le nombre  $n$  des naines de cet métallicité et une correction pour la distribution perpendiculaire du plane galactique:  $n_{\text{corrigé}} = n_{\text{donné}} + \Delta n$

[Fe/H]	$n_{\text{etoiles}}$	$\Delta n_{\text{corr}}$
-1.15	1	-0.55
-1.05	3	-0.96
-0.95	2	-1.61
-0.85	3	-2.39
-0.75	10	-2.12
-0.65	10	-0.96
-0.55	8	1.30
-0.45	17	3.76
-0.35	15	5.07
-0.25	14	4.40
-0.15	11	2.18
-0.05	14	-0.29
0.05	17	-1.86
0.15	7	-2.24

- on fait une conversion de [Fe/H] à l'abondance de l'oxygène qui vient des observations de la voisinage solaire:  $[\text{O}/\text{H}] = 0.5[\text{Fe}/\text{H}]$ . Essayez de reproduire cet histogramme avec notre recette de la nucleosynthèse de l'oxygène.
- on doit voir que les étoiles faible en  $Z$  sont plus abondant dans le modèle que dans les observations, et que cet probleme est independant de la choix du  $\Psi$
- supposons qu'il y a de l'accrétion du gaz primordial ( $Z_A = 0$ ), avec un constante  $a = A/\Psi$ . Peut-on ameliorer la situation avec quels valeurs d' $a$ ? Essayez des autres scenarios dont  $a$  n'est pas constant:  $A(t) = M \exp(-t/\tau_f)$  avec un temps d'echelle  $\tau_f$  pour l'infal.
- qu'est-ce qu'il passe avec un vent galactique -  $w$  constante ou pas constante ?

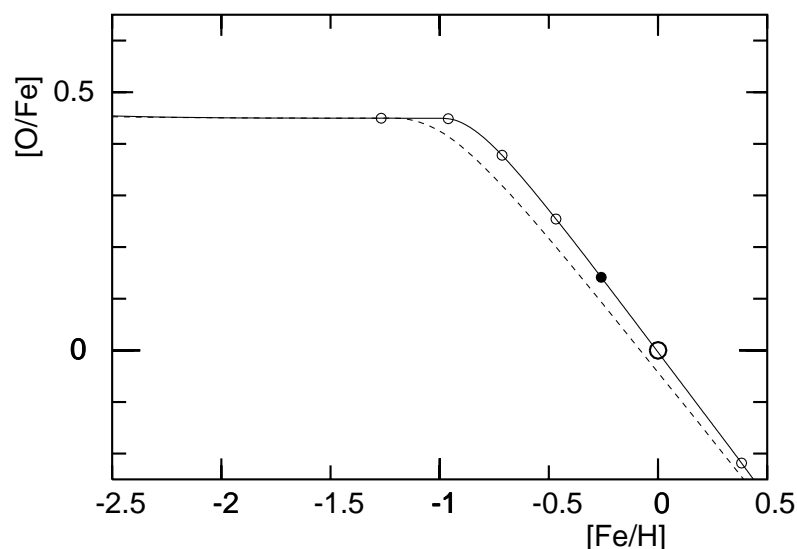


**Figure 8:** La fonction de distribution de l'abondance de l'oxygène dans les étoiles naines G. La courbe pointillé est la solution analytique du Modèle Simple.

## 6.4 Le Fer

On a trouvé dans les étoiles de la voisinage solaire (par ex. Edvardsson et al. ████) que le rapport des abondances  $[O/Fe]$  change systématiquement avec  $[Fe/H]$ . Dans la figure j'ai montré deux modèles avec les mêmes recettes pour l'IMF, SFR et du infall comme avant. Mais j'ai pris une recette pour la synthèse du fer que j'ai obtenu par fitter les données observés. Votre tâche: trouvez-vous mon recette. Vous etez complètement libres de supposer combien du fer est produit par des étoiles de chaque masse!





**Figure 9:** Le rapport des abondances O/Fe en fonction de l'abondance du fer. Les modèles supposent une certaine recette empirique pour la synthèse du fer. Le Cerle indique le soleil

Quand vous avez re-fitté la relation O/Fe – O/H observé, ils serat jolie de calculer la distribution du fer dans les naines G, et la comparer avec les données originales de Pagel.

## 6.5 Le Grand Nuage de Magellan

Boris Diersch, un thésard de Bonn s'occupe de l'interprétation des diagrammes couleur-magnitude, et il a dérivé la métallicité (le  $[Fe/H]$ ) et il a compté les étoiles en fonction du age (ce dernier on prend comme une mesure de  $\Psi(t)$ ). Trouverez les résultats originales mais préliminaires. Avez-vous une explication? Suggestions:

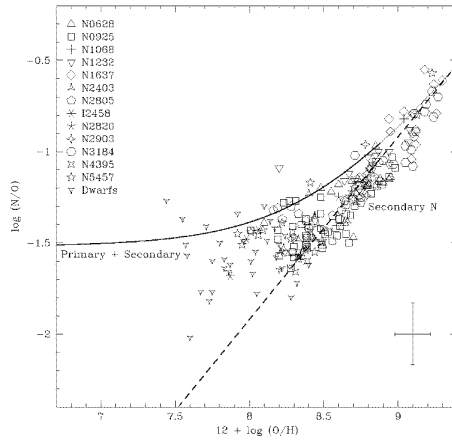
- qu'est-ce qu'il est la SFR en fonction de l'âge (pas en log)?
- $Z(t)$  doit etre cohérent avec  $\Psi(t)$ . Un constraint pour  $\Psi(g)$  et de l'infall  $A(t)$ ?
- si la forme de l'histogramme  $ds/dZ$  indique quand un système est comme un boîte fermé, il doit nous dire si cet mod'ele est bon ou s'il faut d'avoir du infall ou vents galactiques
- Boris et moi, nous ne savons rien

lg(age) [annees]	[Fe/H]	$\sigma_{\text{Fe/H}}$	no.etoiles
7.6	-0.199092	–	1
7.7	-0.214251	–	1
7.8	-0.204381	0.135495	3
7.9	-0.349904	0.130587	3
8.0	-0.395249	0.172834	3
8.1	-0.301097	0.277292	6
8.2	-0.487677	0.300268	9
8.3	-0.276167	0.197941	19
8.4	-0.300245	0.202971	19
8.5	-0.397551	0.223772	39
8.6	-0.454360	0.176709	28
8.7	-0.546650	0.196771	25
8.8	-0.578749	0.236621	39
8.9	-0.686582	0.216797	23
9.0	-0.674073	0.203503	23
9.1	-0.883598	0.197642	37
9.2	-0.890720	0.256068	26
9.3	-0.890653	0.257730	23
9.4	-0.987431	0.260704	10
9.5	-1.033415	0.302134	15
9.6	-1.095833	0.242349	15
9.7	-1.236938	0.252276	12
9.8	-1.066144	0.149877	4

Il n'y a pas encore les données pour les âges plus grandes. C'est pour ça les nombres de la dernière ligne ne sont pas complètement fiables.

## 6.6 L'Azote

Le figure montre les observations sur le diagramme N/O – O/H. Comme nous avons vu en Fig. 4, vos modèles ne dont être pas d'accord. Peut-etre infall, vents galactiques, sursauts de la formation des étoiles ????? Ou il faut de changer les recettes pour la production de l'azote????



**Figure 10:** Le rapport des abondances N/O en fonction de l'abondance du O, observés dans les régions HII de les galaxies spirales et irregulieres (après van Zee et al. (1997))